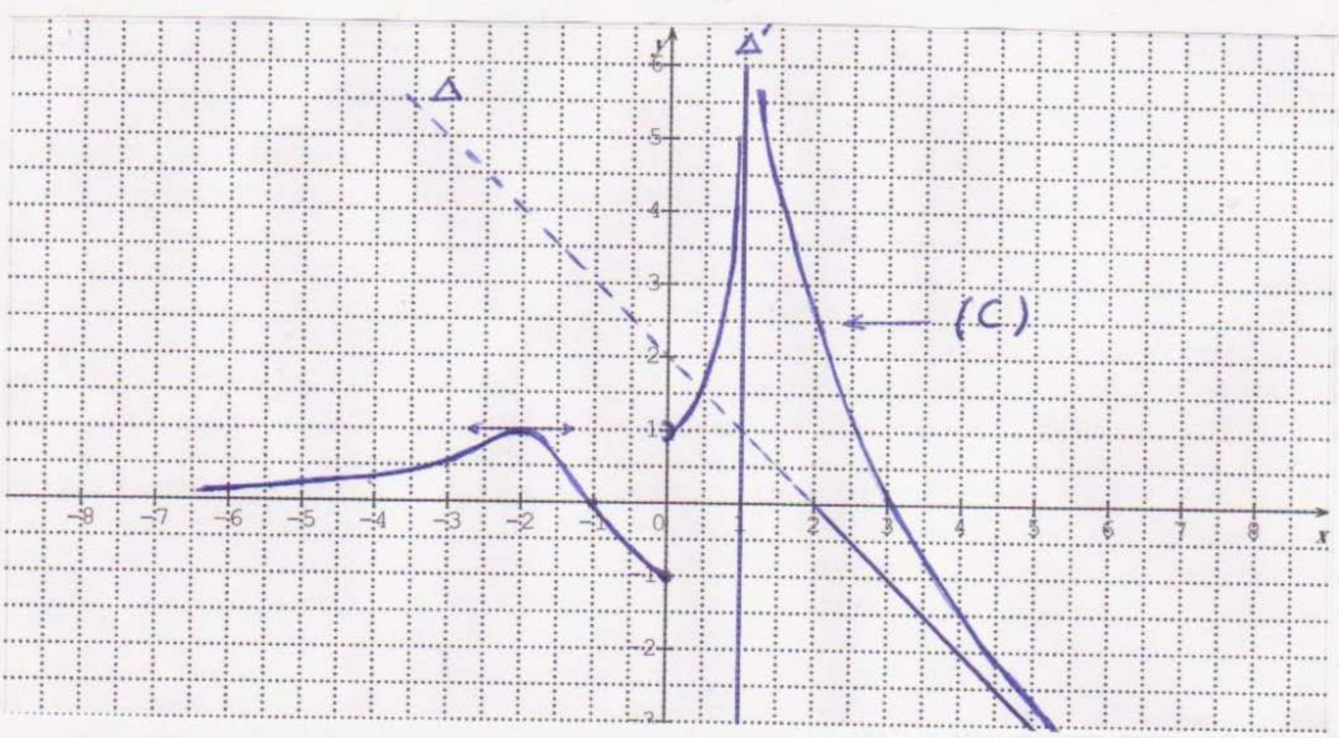
DEVOIR DE CONTRÔLE N° 1

Exercice 1: *(5 points)*

Le graphique ci-dessous représente la courbe (C) d'une fonction f dans un repère orthonormé.
Les droites Δ et Δ' sont des asymptotes à (C).
Dans cet exercice utiliser le graphique pour répondre aux questions:

1. Donner $\lim\limits_{-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{+\infty}[f(x)+x]$.
2. Donner les intervalles de $\mathbb{R}$ sur lesquels f est continue.
3. Donner le nombre de solution de chacune des équation $f(x)=0$ et $f(x)=1$.
4. Déterminer les images par f de chacun des intervalles $[-2,0]$, $]-\infty,-1]$ et $]-1,1[$.
5. La fonction $|f|$ est-elle continue en 0 ?
6. Dresser le tableau de variation de f.



Exercice 2: *(4 points)*

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $e^{-i\theta}z^2 - 2z + 2i\sin\theta = 0$ *où θ est un réel de* $]0,\pi[$.

1. a. Montrer que $1 - 2i\sin\theta\, e^{-i\theta} = e^{-2i\theta}$
   b. Résoudre alors (E).
2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2e^{i\theta}$, $z_B = 1 + e^{i\theta}$ et $z_C = -1 + e^{i\theta}$.

a. Ecrire z_B et z_C sous forme exponentielle puis vérifier que $\dfrac{z_C}{z_B} = i\tan\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$.

b. Montrer que le quadrilatère OBAC est un rectangle.
c. Déterminer θ tel que OBAC est un carré.

voir verso ⇒